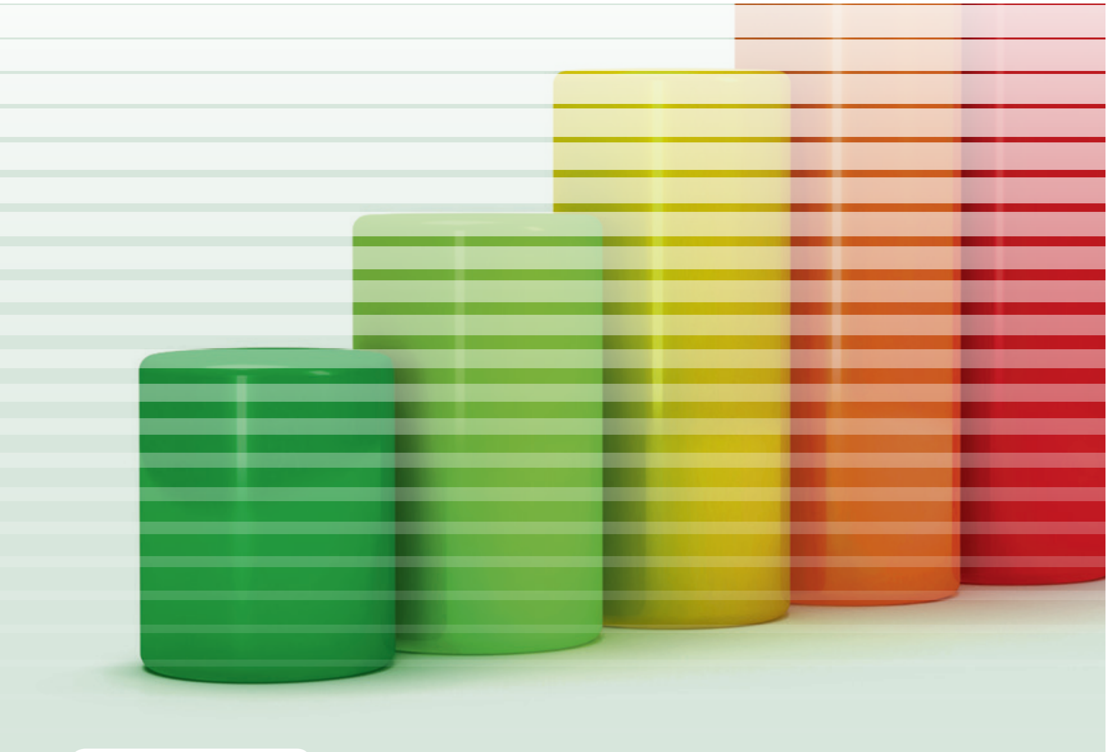
Yára Detert / Christa Söhl

STATISTIK

und Wahrscheinlichkeitsrechnung

FÜR AHNUNGSLOSE

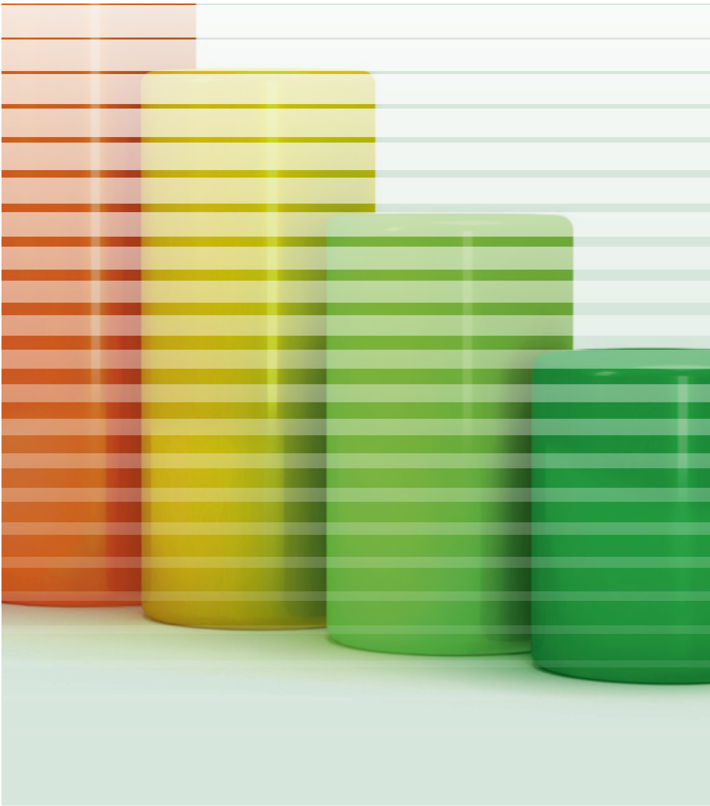
2. AUFLAGE



HIRZEL

Yára Detert studierte Bauingenieurwesen an der Technischen Universität Hannover. Im Anschluss arbeitete sie einige Jahre als Diplom-Ingenieurin.
Sie betreibt eine eigene Nachhilfeschule – Die Quadratwurzel – mit dem Schwerpunkt Naturwissenschaften.

Christa Söhl studierte Biologie und Chemie für das Lehramt an Gymnasien sowie Diplom-Biologie in Gießen, wo sie 1993 zum Dr. rer. nat. promovierte.
Dr. Söhl arbeitet als freie Lektorin und Autorin in den Bereichen Naturwissenschaften und Medizin, sowie als Dozentin an einer Schule für Biologisch-Technische Assistenten.



Yára Detert / Christa Söhl

Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung für Ahnungslose

FÜR AHNUNGSLOSE

In dieser Reihe sind bisher erschienen:

Yára Detert, **Mathematik** für Ahnungslose
Yára Detert / Christa Söhl, **Statistik** und Wahrscheinlichkeitsrechnung für Ahnungslose
Werner Junker, **Physik** für Ahnungslose
Michael Haugk / Lothar Fritsche, **Quantenmechanik** für Ahnungslose
Katherina Standhartinger, **Chemie** für Ahnungslose
Katherina Standhartinger, **Organische Chemie** für Ahnungslose
Antje Galuschka, **Biochemie** für Ahnungslose
Christa Söhl, **Biologie** für Ahnungslose
Michaela Aubele, **Genetik** für Ahnungslose
Heinz-E. Klockhaus, **Buchführung** für Ahnungslose
Heinz-E. Klockhaus, **BWL** für Ahnungslose

Yára Detert / Christa Söhl

STATISTIK

und Wahrscheinlichkeitsrechnung für Ahnungslose

Eine Einstiegshilfe für Studierende

2. Auflage

von Dipl.-Ing. Yára Detert und Dr. Christa Söhl, Auetal

Mit 61 Abbildungen und 17 Tabellen

S. Hirzel Verlag

Yára Detert / Dr. Christa Söhl, Grenzweg 25, 31749 Auetal
yaradetert@die-quadratwurzel.de / christa.soehl@t-online.de

Yára Detert, geb. 1962 in Bückeburg, studierte Bauingenieurwesen an der Technischen Universität Hannover. Im Anschluss arbeitete sie einige Jahre als Diplom-Ingenieurin. Bereits in dieser Zeit unterrichtete sie an einer Nachhilfeschule Mathematik und Physik. Da sie viel Freude an der Arbeit mit Kindern und Jugendlichen hat, entschloss sie sich, eine eigene Nachhilfeschule zu eröffnen. Diese Schule – Die Quadratwurzel – hat ihren Sitz in Rodenberg am Deister. Der ursprüngliche Schwerpunkt der „Quadratwurzel" lag bei den Naturwissenschaften. Mittlerweile werden auch Sprachen durch Fachkräfte unterrichtet.

Christa Söhl, geb. 1962 in Bremerhaven, studierte Biologie und Chemie für das Lehramt an Gymnasien sowie Diplom-Biologie an der Justus-Liebig-Universität Gießen, wo sie 1993 zum Dr. rer. nat. promovierte. Auf eine mehrjährige wissenschaftliche Tätigkeit am Institut für Tierphysiologie der JLU Gießen folgte ein Volontariat beim Franckh-Kosmos-Verlag in Stuttgart im Lektorat Natur. Seit 1998 arbeitet Dr. Söhl als freie Lektorin und Autorin mit den Schwerpunkten Biologie, Medizin, Sport, Garten und Kindersachbuch. Seit 2010 ist sie als Dozentin an der Bernd-Blindow-Schule, Bückeburg und an der Ross-Schule, Hannover tätig und bildet biologisch-technische Assistenten sowohl in der Fachtheorie als auch im Praktikum aus.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über https://portal.dnb.de abrufbar.

ISBN: 978-3-7776-2672-7
2., korrigierte Auflage 2017

Birkenwaldstraße 44, 70191 Stuttgart
www.hirzel.de

Printed in Germany

Satz: Claudia Wild, Stuttgart
Umschlaggestaltung: deblik, Berlin
Umschlagabbildung: newb1/fotolia
Druck und Bindung: CPI books GmbH, Leck

Ode an die Statistik

Ein Mensch, der von Statistik hört,
denkt dabei nur an Mittelwert.
Er glaubt nicht dran und ist dagegen,
ein Beispiel soll es gleich belegen:

Ein Jäger auf der Entenjagd
Hat einen ersten Schuss gewagt.
Der Schuss zu hastig aus dem Rohr
Lag eine gute Handbreit vor.

Der zweite Schuss mit lautem Krach
Lag eine gute Handbreit nach.
Der Jäger spricht ganz unbeschwert
voll Glauben an den Mittelwert:
Statistisch ist die Ente tot.

Doch wär’ er klug und nähme Schrot
– dies sei gesagt, ihn zu bekehren –
er würde seine Chancen mehren:
Der Schuss geht ab, die Ente stürzt,
weil Streuung ihr das Leben kürzt.

Prof. Dr. P. H. List,
Pharmazeutische Technologie, Marburg

Vorwort

Bereits in der Mittelstufe werden heute die ersten Grundkenntnisse der Stochastik – also der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung – vermittelt. Dabei geht es zunächst um einfache Zufallsversuche wie das Werfen eines Würfels und die Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer bestimmten Augenzahl. Anschaulich wird dies durch das Zeichnen von „Bäumen“ dargestellt. Auf diese in der Mittelstufe vermittelten Grundlagen baut die Stochastik in der Oberstufe auf. Leider sind diese Grundlagen dann bereits wieder zum großen Teil in Vergessenheit geraten. Dieses Buch setzt bereits hier an, damit der Oberstufenschüler sich die Grundkenntnisse wieder erarbeiten kann und für die im weiter gehenden Unterricht behandelten Themen zusätzliche Erläuterungen findet. So wendet sich „Statistik für Ahnungslose“ an den Oberstufenschüler, aber besonders auch an den Studierenden in den ersten Semestern. In zahlreichen Studiengängen werden statistische Methoden benutzt, um Ergebnisse zu verifizieren oder Aussagen über Wahrscheinlichkeiten zu treffen. Dieses ist besonderes wichtig in allen Naturwissenschaften, der Medizin, der Psychologie, aber auch in den Wirtschaftswissenschaften.

Da sich im Verlauf zahlreicher Unterrichtsstunden immer wieder zeigte, dass das Interpretieren und Erstellen von Grafiken große Schwierigkeiten bereitet, wurde dieser Thematik ein eigenes Kapitel gewidmet.

In den einzelnen Kapiteln sind die Lösungswege ausführlich erläutert, um die Herangehensweise zu verdeutlichen. Zusätzlich wurde dem Buch noch ein Kapitel mit Übungsaufgaben angehängt, mithilfe dessen das Erlernte geübt und gefestigt werden kann.

Wir danken dem S. Hirzel-Verlag – und hier insbesondere Herrn Dr. Tim Kersebohm – für die gute Zusammenarbeit. Außerdem geht unser Dank an Herrn Dr. Hans Muth für die Übernahme des externen Lektorats und die sorgfältige Prüfung des Manuskripts.

Rodenberg, im Herbst 2017

Yára Detert
Dr. Christa Söhl

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung

Immer wieder begegnen uns im Alltag Dinge, die die Frage aufwerfen: Ist das nun Zufall, oder gibt es einen Grund dafür, dass das, was wir gerade erlebt haben, genau so passiert ist? Folgende Beispiele sollen dies verdeutlichen:

- Obwohl eine Universität von mehreren Tausend Studentinnen und Studenten besucht wird, gibt es 10 Tage im Jahr, an denen niemand Geburtstag hat.
  Und: In einem Seminar hat keiner im August Geburtstag, aber zwei am 1. Mai.
  Zufall oder nicht?
- Beim Mensch-ärgere-dich-nicht-Spielen muss manch einer 10-mal würfeln, um eine 6 zu erhalten.
  Zufall oder Ungeschicklichkeit?
- Noch kurz vor den Landtagswahlen in Hessen 2008 hatten Meinungsforscher den Sieg der Regierungspartei vorausgesagt. Tatsächlich reichte das Wahlergebnis aber nicht aus.
  Stimmungswechsel in letzter Minute oder haben die Befragungsmethoden versagt?

Bevor man auf diese Fragen Antworten geben kann, wird untersucht, ob und inwieweit sich die jeweiligen Ereignisse mathematisch beschreiben lassen. Es können Modelle entwickelt und Aussagen vorgenommen werden. Als Erstes werden Zufälle an Zufallsversuchen einfachster Art untersucht, wie z. B. Münzwürfen oder Würfelergebnissen.
„Der Zufall hat kein Gedächtnis", formulierte einst der Mathematiker Bertrand (1889). Es gibt aber eine Reihe von Gesetzmäßigkeiten, die für Zufallsvorgänge gelten.

Definition
Ein Vorgang, der theoretisch beliebig oft wiederholt werden kann und dessen Ergebnis nicht mit Sicherheit vorauszusagen ist, heißt ***Zufallsversuch.***
Die Anzahl der Stufen (Durchgänge) des Zufallsversuchs wird ***Stichprobenumfang*** genannt.
Die Menge aller möglichen Ergebnisse eines Zufallsversuchs wird als ***Ergebnismenge des Zufallsversuchs S*** bezeichnet.

Ergebnismenge eines Zufallsversuchs – Beispiele
(1) Ein Würfel wird geworfen
(2) Eine Münze wird geworfen
(3) Ein Würfel und eine Münze werden gleichzeitig geworfen

Lösung:
zu (1)
Es können die Augenzahlen 1, 2, 3, 4, 5 oder 6 auftreten. Somit ist $S = [1; 2; 3; 4; 5; 6]$.
Interessiert uns aber nur, ob die Augenzahl 3 fällt oder nicht, begrenzt sich die Ergebnismenge auf $S = [3, \text{nicht } 3]$.

zu (2)
Es kann Wappen oder Zahl oben liegen, somit ist die Ergebnismenge $S = [W; Z]$.

zu (3)
Die Ergebnisse des Münzwurfs (W; Z) können in beliebiger Kombination mit den Ergebnissen des Würfelversuchs auftreten:
$S = [W;\ 1], [W;\ 2], [W;\ 3], [W;\ 4], [W;\ 5], [W;\ 6], [Z;\ 1], [Z;\ 2], [Z;\ 3], [Z;\ 4], [Z;\ 5], [Z;\ 6]$.

1.1 Laplace-Versuche

Bei Zufallsversuchen sind vor allem folgende Fragen interessant:
- Wie häufig treten die einzelnen Ergebnisse auf?
- Lohnt es sich darauf zu wetten, dass ein bestimmtes Ergebnis eher auftritt als ein anderes?
- Welche Prognosen sind für bevorstehende Zufallsversuche möglich?

Definition
Haben bei einem Zufallsversuch mit n möglichen Ergebnissen all diese Ergebnisse dieselbe Chance aufzutreten, dann ordnet man jedem dieser Ergebnisse die Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{n}$ zu. Solche Versuche werden als ***Laplace-Versuche*** bezeichnet.
Dem Münzwurf ordnen wir die Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{2}$ zu, beim Würfeln ist die Wahrscheinlichkeit für jede Augenzahl $p = \frac{1}{6}$, bei einem Glücksrad mit 12 gleichen Sektoren ist die Wahrscheinlichkeit für jeden Sektor $p = \frac{1}{12}$.

Beispiel
Zwei gleichartige Münzen werden gleichzeitig geworfen. Welche Ergebnisse sind möglich?
Auch wenn zwei Münzen gleichartig sind, können sie durch eine Markierung unterscheidbar gemacht werden. So wird deutlich, dass es in diesem Fall vier verschiedene, gleich wahrscheinliche Ergebnisse gibt:

$S = [W;\ W], [Z;\ Z], [W;\ Z], [Z;\ W]$.

Für die Wahrscheinlichkeiten gilt:
$P(WW) = P(ZZ) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. Wahrscheinlichkeiten gleichzeitig auftretender Ereignisse werden also miteinander multipliziert.

Für die Wahrscheinlichkeit „einmal Wappen, einmal Zahl“ gilt:
$P(WZ; ZW) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Da es zwei verschiedene Kombinationsmöglichkeiten gibt, ist die Wahrscheinlichkeit doppelt so hoch.